

Total number of printed pages-19

3 (Sem-2/CBCS) MAT HG 1/2, RC

2024

MATHEMATICS

(Honours Generic/Regular)

For Honours Generic

Answer the Questions from any one Option.

OPTION - A

(Algebra)

Paper : MAT-HG-2016/MAT-RC-2016

OPTION - B

(Discrete Mathematics)

Paper : MAT-HG-2026

Full Marks : 80

Time : Three hours

**The figures in the margin indicate
full marks for the questions.**

Answer **either** in English **or** in Assamese.

Contd.

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

OPTION - A

(Algebra)

Paper : MAT-HG-2016/MAT-RC-2016

1. Answer the following questions : $1 \times 10 = 10$

তলত দিয়া প্রশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(i) The number of roots of the equation

তলৰ সমীকৰণটোৰ মূলৰ সংখ্যা

$$x^3 + 5x^2 + 2x - 8 = 0 \text{ is}$$

(a) 1

(b) 2

(c) 3

(d) None of the above

ওপৰৰ এটাও নহয়

(ii) If one of the roots of the equation

$$x^3 - 8x^2 - 26x + 28 = 0 \text{ is } 3 + i\sqrt{5}, \text{ then}$$

whether the other root of the equation

$3 - i\sqrt{5}$ or not.

যদি $x^3 - 8x^2 - 26x + 28 = 0$ সমীকৰণটোৰ

$3 + i\sqrt{5}$ এটা মূল হয়, তেন্তে সমীকৰণটোৰ আনটো

মূল $3 - i\sqrt{5}$ হবনে নহয় ?

(iii) Fill in the blank :

খালী ঠাই পূৰণ কৰা :

For an integer n

যিকোনো এটা অখণ্ড সংখ্যাৰ বাবে

$$(\cos \theta + i \sin \theta)^n = \text{_____}$$

(iv) Does BA exist where

BA আছেনে য'ত

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ 3 & 7 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} ?$$

(v) Find the transpose of $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix}$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 4 \\ 3 & 6 \end{bmatrix} \text{ ৰ পক্ষান্তৰ উলিওৱা।}$$

(vi) Is $\begin{bmatrix} 1 & i & -2i \\ i & -2 & 4 \\ -2i & 4 & 3 \end{bmatrix}$ a symmetric matrix ?

$$\begin{bmatrix} 1 & i & -2i \\ i & -2 & 4 \\ -2i & 4 & 3 \end{bmatrix} \text{ এটা সমমিত মৌলকক্ষ হয়নে ?}$$

(vii) Does inverse of $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ exist?

$\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 6 \end{bmatrix}$ ৰ বিপৰীত মৌলকক্ষ আছেনে ?

(viii) Under what binary operation the set of integers is a group?

কি দ্বৈত প্ৰক্ৰিয়া সাপেক্ষে অখণ্ড সংখ্যাৰ সংহতিটো সংঘ হ'ব ?

(ix) Is the set of natural numbers a ring?

স্বাভাৱিক সংখ্যাবোৰৰ সংহতিটো বলয় হয়নে ?

(x) How many identity elements are there in a group?

এটা সংঘত কিমানটা একক মৌল থাকে ?

2. Answer the following : $2 \times 5 = 10$

তলৰ দিয়াবোৰৰ উত্তৰ লিখা :

(i) If α, β, γ are roots of the cubic equation $x^3 + px^2 + qx + r = 0$, then find the values of —

(a) $\alpha + \beta + \gamma$;

(b) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$.

যদি $x^3 + px^2 + qx + r = 0$ ত্ৰিঘাত সমীকৰণটোৰ α, β, γ মূল হয়, তেন্তে

(a) $\alpha + \beta + \gamma$

(b) $\alpha\beta + \beta\gamma + \gamma\alpha$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা।

(ii) Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$ মৌলকক্ষটোৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা।

(iii) Define symmetric matrix and give an example.

সমমিত মৌলকক্ষৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ এটা উদাহৰণ দিয়া।

(iv) Show that the inverse of each element of a group is unique.

দেখুউৱা যে এটা সংঘৰ প্ৰতিটো মৌলৰ বিপৰীত মৌল একক হয়।

(v) Show that every cyclic group is abelian.

প্ৰতিটো চক্ৰীয় সংঘ এবেনীয় হয় বুলি দেখুউৱা।

3. Answer **any four** questions : $5 \times 4 = 20$

যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ দিয়া :

(i) Solve the equation $x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ given that the roots are in arithmetic progression.

$x^3 - 3x^2 - 6x + 8 = 0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা দিয়া আছে যে ইয়াৰ মূলকেইটা সমান্তৰ প্ৰগতিত আছে।

(ii) Write the number $-1+i$ in the form e^{x+iy} .

$-1+i$ সংখ্যাটো e^{x+iy} আকাৰত লিখা।

(iii) Reduce the following matrix to row echelon form :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 9 \\ 2 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

Determine the rank and identify the basic columns.

তলৰ মৌলকক্ষটো শাৰী এচেলন ৰূপলৈ লঘুকৃত কৰা :

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 3 \\ 2 & 4 & 6 & 9 \\ 2 & 6 & 7 & 6 \end{pmatrix}$$

কোটি উলিওৱা আৰু মূল স্তম্ভ কেইটা চিনাক্ত কৰা।

(iv) Prove that every square matrix is uniquely expressible as a sum of symmetric matrix and a skew-symmetric matrix.

প্ৰমাণ কৰা যে প্ৰতিটো বৰ্গীয় মৌলকক্ষক এটা সমমিত মৌলকক্ষ আৰু এটা অপ্ৰতিসাম্য মৌলকক্ষৰ সমষ্টি হিচাবে এককভাৱে প্ৰকাশ কৰিব পাৰি।

(v) "Intersection of two subgroups of a group is again a subgroup of the group." Justify this statement.

"এটা সংঘৰ দুটা উপসংঘৰ ছেদনটো আকৌ এটা উপসংঘ হয়।" এই উক্তিটো সাব্যস্ত কৰা।

(vi) If R is a commutative ring, then prove that $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $\forall a, b \in R$.

যদি R এটা ক্ৰমবিনিমেয় বলয় হয়, তেন্তে প্ৰমাণ কৰা যে $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$, $\forall a, b \in R$.

4. Answer **any four** questions : $10 \times 4 = 40$
যিকোনো চাৰিটা প্ৰশ্নৰ উত্তৰ লিখা :

(a) (i) Prove that
প্ৰমাণ কৰা যে

$$\frac{\cos 5\theta}{\cos \theta} = 16 \cos^4 \theta - 20 \cos^2 \theta + 5$$

5

(ii) Express $\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{25}$ in the form

$a+ib$.

5

$\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right)^{25}$ ক $a+ib$ আকাৰত প্ৰকাশ কৰা।

- (b) Find the condition that the sum of two roots of the equation

$$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0 \text{ is } 0.$$

$x^4 + px^3 + qx^2 + rx + s = 0$ সমীকৰণটোৰ মূল দুটাৰ যোগফল 0 হোৱা চৰ্তটো নিৰ্ণয় কৰা।

- (c) Solve the following equations using De Moivre's theorem : $5+5=10$

ডি মৌভৰিচ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণ কেইটা সমাধান কৰা :

(i) $x^7 = 1$

(ii) $x^3 = 1$

- (d) Using elementary transformations, find the ranks of the matrix

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

প্ৰাথমিক ৰূপান্তৰণবোৰ ব্যৱহাৰ কৰি

$$\begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 & 3 \\ 6 & 3 & 4 & 7 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

মৌলকক্ষটোৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা।

- (e) Solve the following system of equations :

তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰা :

$$x + 3y - 2z = 0$$

$$2x + 4z - y = 0$$

$$x - 11y + 14z = 0$$

- (f) State and prove Lagrange's theorem for a finite group.

সিমিত সংঘৰ বাবে লাগৰেঞ্জৰ উপপাদ্যটো লিখি প্ৰমাণ কৰা।

- (g) (i) Let H be a subgroup of a group G . If $a \in G$, prove that

$$aH = H \text{ iff } a \in H. \quad 5$$

ধৰা হ'ল G সংঘটোৰ H এটা উপসংঘ।

যদি $a \in G$, প্ৰমাণ কৰা যে

$$aH = H \text{ যদি আৰু যদিহে } a \in H \text{।}$$

- (ii) Show that if G is a group, then the set

$$Z(G) = \{a \in G \mid ax = xa \text{ for all } x \text{ in } G\} \text{ is a subgroup of } G. \quad 5$$

G এটা সংঘ হ'লে দেখুওৱা যে,

$$Z(G) = \{a \in G \mid ax = xa, G \text{ ত থকা}$$

প্ৰতিটো x ৰ বাবে} সংহতিটো G ৰ এটা উপসংঘ হয়।

(h) (i) Let A be any square matrix. Show that $A + A^T$ is symmetric and $A - A^T$ is skew-symmetric. 5

ধৰা হ'ল A এটা বৰ্গ মৌলকক্ষ। দেখুওৱা যে $A + A^T$ সমমিত আৰু $A - A^T$ অসমমিত মৌলকক্ষ।

(ii) If possible, find the inverse of the matrix

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} \quad 5$$

যদি সম্ভৱ হয়, $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

মৌলকক্ষটোৰ বিপৰীত মৌলকক্ষ উলিওৱা।

OPTION - B

(Discrete Mathematics)

Paper : MAT-HG-2026

1. Answer the following questions: $1 \times 10 = 10$
তলত দিয়াবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If x is a Boolean variable, then what values it can take ?

x এটা বুলিয়ান চলক হ'লে, ইয়াৰ মান কি কি হব পাৰে ?

(b) Every subset of a totally ordered set is also totally ordered. (State true or false)

এটা সম্পূৰ্ণ ক্ৰমিক সংহতিৰ প্ৰতিটো উপসংহতি সম্পূৰ্ণ ক্ৰমিক হয়।
(শুদ্ধ নে ভুল লিখা)

(c) Define a modular lattice.

মডুলাৰ লেটিচৰ সংজ্ঞা দিয়া।

(d) Is (z, \neq) a poset ?

(z, \neq) এটা poset হয়নে ?

(e) Whether cancellation laws hold in a Boolean algebra ?

বুলিয়ান বীজগণিতৰ ক্ষেত্ৰত বাতিলকৰণ সূত্র প্ৰযোজ্য হয়নে ?

(f) In a Boolean algebra, what is the complement of 0?

বুলিয়ান বীজগণিতত 0 ৰ পূৰক কি ?

(g) Whether the poset $(Z^+, <)$ has any maximal or minimal elements?

$(Z^+, <)$ poset ৰ বাবে উচ্চতম আৰু নিম্নতম মৌল থাকেনে ?

(h) The greatest element of a subset of a poset is always the supremum.

(State true or false)

এটা poset ৰ এটা উপসংহতিৰ সৰ্ব্বোচ্চ মৌলটো সদায় তাৰ লঘিষ্ঠ উচ্চসীমা হ'ব। (শুদ্ধ নে ভুল লিখা)

(i) State the idempotent laws of Boolean algebra.

বুলিয়ান বীজগণিতৰ বাবে idempotent সূত্রটো লিখা।

(j) What are the minterms of the two variables x and y ?

x আৰু y চলক দুটাৰ minterms কি হ'ব উলিওৱা।

2. Answer the following questions : $2 \times 5 = 10$

তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Find the complement of the expression

$$f = ab' + b'c + ac$$

$f = ab' + b'c + ac$ ৰাশিটোৰ পূৰক উলিওৱা।

(b) Simplify : $[(a \cdot b)(c' + ab)']'$

সৰল কৰা : $[(a \cdot b)(c' + ab)']'$

(c) For a lattice L , prove that for any $a, b \in L$, $a \vee b = b$ iff $a \leq b$.

L লেটিচৰ ক্ষেত্ৰত প্ৰমাণ কৰা যে, যিকোনো $a, b \in L$ ৰ বাবে $a \vee b = b$ যদি আৰু যদিহে $a \leq b$.

(d) Express $f(a, b, c) = ab + a'c$ as a product of maxterms.

$f(a, b, c) = ab + a'c$ ৰাশিক maxterms ৰ পূৰণ ফল হিচাপে প্ৰকাশ কৰা।

(e) Write the truth table of the NOR gate.

NOR গেটৰ সত্যমান তালিকা লিখা।

(b) In any lattice L , prove the following :

(i) $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

(ii) $a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

(iii) $a \wedge b = a \wedge c$ and
 $a \vee b = a \vee c \Rightarrow b = c$

যিকোনো লেটিছ L ৰ বাবে তলত দিয়াবোৰ প্ৰমাণ কৰা :

(i) $a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$

(ii) $a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c)$

(iii) $a \wedge b = a \wedge c$ আৰু
 $a \vee b = a \vee c \Rightarrow b = c$

(c) (i) Express the Boolean function

$$f(x, y, z) = (x + y)(x + z) + y + z'$$

in disjunctive normal form. 5

বুলিয়ান ফলন

$$f(x, y, z) = (x + y)(x + z) + y + z'$$

ক DNF (disjunctive normal form)
ৰূপত প্ৰকাশ কৰা।

(ii) Find the complement of the following Boolean expression : 5

$$x + (ab + c')(d'e + 1) + g(h' + 0)$$

বুলিয়ান বাশি

$$x + (ab + c')(d'e + 1) + g(h' + 0)$$

পূৰক লিখা।

(d) Let $B = \{1, 5, 7, 35\}$ and the operations

'+' and '.' are defined by

$$a + b = lcm(a, b) \text{ and } a \cdot b = gcd(a, b),$$

for all $a, b \in B$. A unary operation
'/' on B is defined by $a' = 35/a$.

Show that $(B, +, \cdot, /)$ is a Boolean algebra.

ধৰা হ'ল $B = \{1, 5, 7, 35\}$ আৰু '+' আৰু '.'
প্ৰক্ৰিয়া দুটা এনেদৰে সংজ্ঞাবদ্ধ কৰা হৈছে, সকলো
 $a, b \in B$ ৰ বাবে $a + b = lcm(a, b)$ আৰু
 $a \cdot b = gcd(a, b)$, B ত এটা একক প্ৰক্ৰিয়া '/'
সংজ্ঞাবদ্ধ কৰা হৈছে, $a' = 35/a$ । দেখুওৱা যে
 $(B, +, \cdot, /)$ এটা বুলিয়ান বীজগণিত।

(e) If (L, \wedge, \vee) is a complemented distributive lattice, then prove that

(i) $(a \vee b)' = a' \wedge b'$ and

$(a \wedge b)' = a' \vee b'$

(ii) $a' \vee b = 1$ and $a \wedge b' = 0$ are equivalent. 5+5=10

(L, \wedge, \vee) এটা পূৰ্বক বিতৰণ লেটিছ হ'লে প্রমাণ কৰা যে

(i) $(a \vee b)' = a' \wedge b'$ আৰু

$(a \wedge b)' = a' \vee b'$

(ii) $a' \vee b = 1$ আৰু $a \wedge b' = 0$ সমতুল্য।

(f) Prove the following in Boolean algebra : 5+5=10

(i) $(a + b) + a'b' = 1$

(ii) $(a + b) \cdot (a'b') = 0$

বুলিয়ান বীজগণিতৰ ক্ষেত্ৰত প্রমাণ কৰা যে

(i) $(a + b) + a'b' = 1$

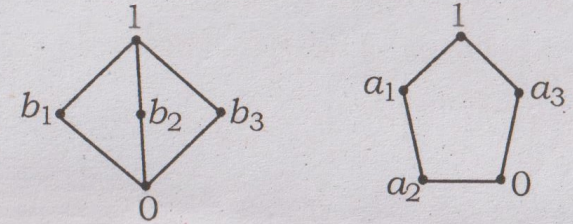
(ii) $(a + b) \cdot (a'b') = 0$

(g) State and prove the necessary and sufficient conditions of a lattice to be modular and hence prove that the pentagonal lattice is not modular.

এটা লেটিছ মডুলাৰ হোৱাৰ প্ৰয়োজনীয় আৰু পৰ্যাপ্ত চৰ্তবোৰ লিখি প্রমাণ কৰা আৰু ইয়াৰ পৰা প্রমাণ কৰা যে এটা পঞ্চভুজীয় লেটিছ মডুলাৰ নহয়।

(h) (i) Show that the lattices given in the following diagram are not distributive :

প্ৰমাণ কৰা যে তলৰ চিত্ৰত থকা লেটিছবোৰ বিতৰণ নহয় :



(ii) Prove that the lattice given in the following diagram is modular :

প্ৰমাণ কৰা যে তলৰ চিত্ৰত দেখুওৱা লেটিছটো মডুলাৰ হয় :

