23R–25 (MAT3104M)

2025

MATHEMATICS

(MINOR)

Paper : MAT3104M

(Differential Equation)

Full Marks : 60

Time : 2½ hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

1. Answer the following questions : 1×7=7

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

(a) Give an example of second order linear differential equation.

২য় ঘাটৰ একঘাটীয় অবকল সমীকৰণ এটাৰ উদাহৰণ দিয়া।

(b) Write down the I.F. of the equation

$$x\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$$

তলত দিয়া সমীকৰণটোৰ I.F. নিৰ্ণয় কৰা

$$x\frac{dy}{dx} + 2y = 4x^2$$

(c) Choose the correct answer.

শুদ্ধ উত্তৰ বাছি উলিওৱা।

The complete integral of the equation

$y = px + a/p$ is

(i) $y = cx + a/c$

(ii) $y = x^2/c + ac$

(iii) $y = cx - a/c$

(iv) None of the above

(d) Write down the general relatives of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ সমাধান লিখা

$(D^2 + w^2)y = 0$.

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

(e) Find the P.I. of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ P.I. লিখা।

$(D^2 - 1)y = 2e^x$

(f) State the Cauchy-Euler differential equation of order two.

২য় ঘাটৰ কচি-অইলাৰৰ অবকল সমীকৰণটো লিখা।

(g) Define trajectory of a family of curves.

এটা বক্ৰ প্ৰণালীৰ 'trajectory' ৰ সংজ্ঞা দিয়া।

2. Answer the following questions : 2×4=8

তলৰ প্ৰশ্নসমূহৰ উত্তৰ লিখা ঃ

(a) Solve (সমাধান কৰা) ঃ

$x(1 + y^2)\,dx - y(1 + x^2)\,dy = 0$

(b) Define exact differential equation.

সঠিক অৱকল সমীকৰণ সংজ্ঞায়িত কৰা।

(c) Find the C.F. of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ C.F. নিৰ্ণয় কৰা

$(D^2 + 4D + 5)\,y = e^x \sin x$.

(d) Find the UC set of the function x^4.

x^4 ৰ UC সংহতিটো লিখা।

3. Solve ***any three***: (*যিকোনো তিনিটাৰ* সমাধান নির্ণয় কৰা) 5×3=15

(a) $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x} \log x$

(b) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x^2 + y^2}{2xy - x^2}$

Or / অথবা

(c) $y = 2px - xp^2$

(d) $(D+2)^2 y = x^2 e^{3x}$ where $D \equiv \frac{d}{dx}$

Or / অথবা

(e) $(D^2 - 4D + 3)y = e^x \cos 2x$

4. Answer ***either*** *(a)* ***or*** *(b)* : 5×2=10

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) *(i)* Solve (সমাধান কৰা)

$$\frac{d^2y}{dx^2} + 2\frac{dy}{dx} + 5y = 6 \sin 2x + 7 \cos 2x$$

where (য'ত) $y(0) = 1$ $\left.\frac{dy}{dx}\right]_{x=0} = 0$.

(ii) Find the orthogonal trajectories of the circle $x^2 + y^2 = 2ax$.

$x^2 + y^2 = 2ax$ বৃত্তটোৰ orthogonal trajectories নির্ণয় কৰা।

M.L.C. LIBRARY G.L. CHOUDHURY COLLEGE

(b) *(i)* Using UC method find the solution of the equation.

UC পদ্ধতিৰ সহায়ত তলৰ অবকল সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$(D^2 - 2D - 3)y = e^{2x}$$

(ii) Solve : (সমাধান কৰা ঃ)

$$(x^2D^2 + xD - 4)y = 0$$

5. Answer ***either*** *(a)* ***or*** *(b)* : 5×2=10

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) *(i)* Find the orthogonal tragectories of the curve.

তলত দিয়া বক্ৰৰেখাৰ orthogonal trajectories নির্ণয় কৰা

$r = a(1 - \cos\theta)$

(ii) A particle is projected with a velocity u at an angle α to the horizontal. Find the path.

এটা বস্তুকল u বেগত 'α' কোণত নিক্ষেপ কৰিলে বস্তু কণাটোৰ পথ নির্ণয় কৰা।

(b) *(i)* Let $n > 1$ show that the transformation $v = y^{1-n}$ reduces the Bernoulli equation

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

reduces to a linear equation in v.

ধৰা হ'ল $n > 1$. দেখুওৱা যে $v = y^{1-n}$ ৰূপান্তৰণে বার্নুলি সমীকৰণ

$$\frac{dy}{dx} + P(x)y = Q(x)y^n$$

কতৰ এটা ৰৈখিক সমীকৰণলৈ ৰূপান্তৰিত কৰে।

(ii) Solve the following initial value problem :

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 2e^x - 10 \sin x,$$
$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 4$$

তলৰ আদিমানযুক্ত সমস্যাটোৰ সমাধান কৰা ঃ

$$\frac{d^2y}{dx^2} - 2\frac{dy}{dx} - 3y = 2e^x - 10 \sin x,$$
$$y(0) = 2, \quad y'(0) = 4$$

6. Answer ***either*** *(a)* ***or*** *(b)* : 10

(a) বা (b) অংশৰ উত্তৰ কৰা ঃ

M.L.C. LIBRARY G.L. CHOUDHURY COLLEGE

(a) Solve by UC method

(UC পদ্ধতিৰ সহায়ত সমাধান কৰা)

(i) $y'' - 3y' = 6x$

(ii) $y'' - 2y' - 2y = xe^x$

(b) Find the complete integral and singular solution of the equation.

তলৰ সমীকৰণটোৰ সম্পূৰ্ণ অনুকল্প আৰু একক সমাধান নির্ণয় কৰা ঃ

$$(px - y)(x - py) = 2p$$

where (য'ত) $p = \frac{dy}{dx}$