M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

Total number of printed pages – 7

23R–25 (PHY3104M)

2025

PHYSICS

(MINOR)

Paper : PHY3104M

(Mathematical Physics)

Full Marks : 45

Time : Two hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Give very short answers to the following questions : 1×4=4

   তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ অতি চুটি উত্তৰ দিয়ক ঃ

   (a) What does the scalar triple product $(\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c}))$ represents geometrically ?

   স্কেলাৰ ত্ৰি-পূৰণে $(\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c}))$ জ্যামিতিকভাৱে কি নিৰ্দেশ কৰে?

   (b) State Gauss' divergence theorem.

   গাউছৰ অপসৰণ উপপাদ্যটো লিখা।

   (c) What is the order of the following differential equation

$$\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2}=0$$

   তলত দিয়া অবকলজ সমীকৰণটোৰ ক্ৰম কিমান?

$$\left[1+\left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{1/2}=0$$

   (d) Write the physical significance of curl of a vector field.

   এটা ভেক্টৰক্ষেত্ৰৰ ঘূৰ্ণনৰ ভৌতিক অৰ্থ লিখা?

2. Answer the following questions : 2×3=6

   (a) Define the gradient of a scalar field and explain its geometrical interpretation.

   স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰ এখনৰ গ্ৰেডিয়েণ্টৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু তাৰ জ্যামিতিক ব্যাখ্যা আগবঢ়োৱা।

   (b) If $\overline{V}=(3x^2+6y)\hat{i}-14yz\hat{j}+20xz^2\hat{k}$, evaluate $\int\overline{v.dr}$ along a straight line from (0,0,0) to (1,0,0).

   যদি $\overline{V}=(3x^2+6y)\hat{i}-14yz\hat{j}+20xz^2\hat{k}$, তেন্তে (0,0,0) ৰ পৰা (1,0,0) লৈ সৰল ৰেখাৰ বাবে $\int\overline{v.dr}$ নিৰ্ণয় কৰা।

   (c) Find the first order partial derivative of $u=e^x \sin y$ with respect to x.

   x ৰ সাপেক্ষে $u=e^x \sin y$ ৰ প্ৰথম ক্ৰমিক আংশিক অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা।

3. Answer the following questions :

   তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া ঃ

   (a) Find the directional derivative of a scalar function $\phi=x^2yz+4xz^2$ at (1,2,1) in the direction of $2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}$. Show that the vector field $F=(x^2-y^2+x)\hat{i}-(2xy+y)\hat{j}$ is irrotational. 2+3=5

   $2\hat{i}-\hat{j}-2\hat{k}$ ৰ দিশত (1,2,1) বিন্দুৰ পৰা এটা স্কেলাৰ ফলন $\phi=x^2yz+4xz^2$ ৰ দিশগত অৱকলজ নিৰ্ণয় কৰা। দেখুওৱা যে, এটা ভেক্টৰ ক্ষেত্ৰ $F=(x^2-y^2+x)\hat{i}-(2xy+y)\hat{j}$ অঘূৰ্ণীয় হয়।

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

(b) Solve for following differential equation using variable separation method :

তলত দিয়া অৱকলজ সমীকৰণটো পৃথকীকৰণযোগ্য চলকৰ প্ৰক্ৰিয়াৰে সমাধান কৰা ঃ

$$(1+x)y-(1+y)x\frac{dy}{dx}=0$$ 5

Or / অথবা

Solve the following homogeneous differential equation :

তলত দিয়া সমমাত্ৰিক অৱকলজ সমীকৰণটো সমাধান কৰা ঃ

$$x^2\frac{dy}{dx}+xy=x^2+y^2$$ 5

(c) A scalar field is given in spherical coordinates as $f(r,\theta,\phi)=r^2 \sin\theta\cos\phi$. Find the gradient of $f(\vec{\nabla}f)$ in spherical coordinates. 5

গোলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰ এখন $f(r,\theta,\phi)=r^2 \sin\theta\cos\phi$ হিচাপে দিয়া হৈছে। গোলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত $f(\vec{\nabla}f)$ নিৰ্ণয় কৰা।

Or / অথবা

A scalar field is given in cylindrical coordinates as $g(\rho,\phi,z)=\rho^2 z\cos\phi$. Find the gradient of $g(\vec{\nabla}g)$ in cylindrical coordinates. 5

নলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত স্কেলাৰ ক্ষেত্ৰ এখন $g(\rho,\phi,z)=\rho^2 z\cos\phi$ হিচাপে দিয়া হৈছে। নলাকাৰ স্থানাংক পদ্ধতিত $g(\vec{\nabla}g)$ নিৰ্ণয় কৰা।

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

4. Answer ***any one*** of the following question :

তলৰ দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ *যিকোনো এটা* উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Check the following differential equation is exact *or* not. Using proper integrating factor, solve the following differential equation.

$$(x^2+y^2)dx-2xy\,dy=0$$ 3+7=10

তলত দিয়া অৱকলজ সমীকৰণটো exact হয় *নে* নহয় পৰীক্ষা কৰা। যথাযথ সঠিক অনুকলন গুণক ব্যৱহাৰ কৰি তলত দিয়া অৱকলজ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

$$(x^2+y^2)dx-2xy\,dy=0$$

(b) If $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$, then find (যদি) $\vec{r}=x\hat{i}+y\hat{j}+z\hat{k}$, হয়, তেন্তে নিৰ্ণয় কৰা -

(i) $grad\left(\frac{1}{r}\right)$

(ii) $div\ \frac{\vec{r}}{r^3}$ 5+5=10

5. Answer ***any one*** of the following question :

তলৰ *যিকোনো এটা* প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰা ঃ

(a) Prove that $\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})$ represents the volume of the parallelepiped formed by $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$. State the condition for three vectors to be coplanar using the scalar triple product. Find $\vec{\nabla}r^n$ where $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$. 3+2+5=10

প্ৰমাণ কৰা যে $\vec{a}.(\vec{b}\times\vec{c})$-এ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$-ৰ দ্বাৰা সৃষ্টি হোৱা আয়তীয় ঘনক এটাৰ আয়তনক নিৰ্দেশ কৰে। স্কেলাৰ ত্ৰিপুৰা ব্যৱহাৰ কৰি তিনিটা ভেক্টৰ সমতলীয় হোৱাৰ চৰ্তটো লিখা। $\vec{\nabla}r^n$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত $r=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$ ।

(b) Write the transformation matrix between cartesian and spherical coordinate. Using Green's theorem, evaluate $\int_c (x^2+xy)dx+(x^2+y^2)dy$ where C is a square formed by lines $x=\pm1,\ y=\pm1$. 5+5=10

কাৰ্টেজীয় স্থানাংক আৰু গোলকীয় স্থানাংকৰ মাজত ৰূপান্তৰ মৌলকক্ষটো লিখা। গ্ৰীণৰ উপপাদ্যটো ব্যৱহাৰ কৰি $\int_c (x^2+xy)dx+(x^2+y^2)dy$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা য'ত C হৈছে $x=\pm1,\ y=\pm1$ ৰেখাৰে সৃষ্টি হোৱা বৰ্গ।

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE