Total number of printed pages – 8

24–1R/23–1A/2024 (MAT1104C)

2024

MATHEMATICS

(MAJOR)

Paper : MAT1104C

(Classical Algebra)

Full Marks : 60

Time : Two hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions.

1. Answer the following questions : 2×5=10

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ দিয়া :

(a) Separate $tan\,(x+iy)$ into real and imaginary parts (x and y being real).

$tan\,(x+iy)$ ক বাস্তৱ আৰু কাল্পনিক অংশত ভাগ কৰা (য'ত x আৰু y বাস্তৱ)।

(b) Use invertible matrix theorem to examine if the following matrix is invertible :

Contd.

মৌলকক্ষৰ প্ৰতিলোমনীয় উপপাদ্য ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ মৌলকক্ষটো প্ৰতিলোমনীয় হয়নে পৰীক্ষা কৰা :

$$A=\begin{bmatrix}2 & 3 & -4\\ 0 & -4 & 2\\ 1 & -1 & 5\end{bmatrix}$$

(c) Prove that

প্ৰমাণ কৰা যে

$cosh^2x - sinh^2x = 1$

(d) Let (ধৰা)

$$A=\begin{pmatrix}1 & 5 & -2 & 0\\ -3 & 1 & 9 & -5\\ 4 & -8 & -1 & 7\end{pmatrix},\quad \overline{s}=\begin{pmatrix}3\\ -2\\ 0\\ -4\end{pmatrix},$$

$$\overline{b}=\begin{pmatrix}-7\\ 9\\ 0\end{pmatrix} \text{ and (আৰু) } \overline{X}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\end{pmatrix}$$

Show that $\overline{s}$ is a solution of $A\overline{X}=\overline{b}$. Hence express $\overline{b}$ as a linear combination of the columns of A.

দেখুওৱা যে $\overline{s}$, $A\overline{X}=\overline{b}$ সমীকৰণ প্ৰণালীটোৰ এটা সমাধান। সেয়েহে $\overline{b}$ ক A ৰ স্তম্ভসমূহৰ ৰৈখিক সংযোজন হিচাপে লিখা।

(e) Write the elementary row operations of a matrix.

মৌলকক্ষ এটাৰ প্ৰাথমিক শাৰী ৰূপান্তৰণ কেইটা লিখা।

2. Answer the following questions :

তলৰ প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ কৰা :

(a) If $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ are the roots of the equation $x^3+px^2+qx+r=0$, then find the values of $\sum \alpha_1^2$ and $\sum \frac{1}{\alpha_1^2}$. 2+3=5

$x^3+px^2+qx+r=0$ সমীকৰণটোৰ $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ মূল হ'লে, $\sum \alpha_1^2$ আৰু $\sum \frac{1}{\alpha_1^2}$ ৰ মান উলিওৱা।

Or/নাইবা

Apply Descarte's rule of signs to find the nature of the roots of the following equations : 5

Descarte ৰ চিহ্নসম্পৰ্কীয় পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণ কেইটাৰ মূলৰ প্ৰকৃতি নিৰূপণ কৰা :

(i) $x^6-3x^2-x+1=0$

(ii) $x^4+15x^2+7x-11=0$

Contd.

(b) Use Cramer's rule to find the solutions of the system of equations : 4

Cramer ৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰা:

$x-2y+3z=5,\ 4x+3y+4z=7,$

$x+y-z=-4$

(c) Use Cramer's rule to solve: 5

ক্ৰেমাৰৰ পদ্ধতিৰে সমাধান কৰা :

$x+2y+3z=6,\ 2x+4y+z=7,$

$3x+2y+9z=14$

(d) Separate into real and imaginary parts : 5

বাস্তৱ আৰু কাল্পনিক অংশত ভাগ কৰা :

$tan^{-1}(x+iy)$

———

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE
M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

(b) Reduce the following matrix into Echelon form and find its rank: 5

তলৰ মৌলকক্ষটো Echelon ৰূপলৈ নিয়া আৰু ইয়াৰ কোটি নিৰ্ণয় কৰা :

$$A=\begin{pmatrix}1 & 2 & 1 & 2\\ 1 & 3 & 2 & 2\\ 2 & 4 & 3 & 4\\ 3 & 7 & 4 & 6\end{pmatrix}$$

***Or*/নাইবা**

Show that the following system of equations is consistent and solve it using matrix method: 5

দেখুওৱা যে তলৰ সমীকৰণ প্ৰণালীটো সমাধানযোগ্য আৰু মৌলকক্ষ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি ইয়াৰ সমাধান কৰা :

$$2x-y+3z=9,\ x+y+z=6,\ x-y+z=02$$

(c) If $5+i$ be a root of the equation $x^4-12x^3+72x^2-312x+676=0$, then find the other roots. 5

$x^4-12x^3+72x^2-312x+676=0$ সমীকৰণৰ এটা মূল $5+i$ হ'লে আন মূলকেইটা নিৰ্ণয় কৰা।

(d) Solve the equation $x^3-12x+8=0$ using Cardan's method. 5

কাৰ্ডনৰ পদ্ধতি ব্যৱহাৰ কৰি $x^3-12x+8=0$ সমীকৰণটো সমাধান কৰা।

3. Answer ***either*** [a and b] ***or*** [c and d] :

[a আৰু b] নাইবা [c আৰু d] অংশৰ উত্তৰ কৰা :

(a) Given that $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 3 & 5\\ -1 & 7\end{pmatrix}$, $\bar{b}=\begin{pmatrix}3\\ 2\\ -5\end{pmatrix}$.

Define a transformation $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$ by $T(\bar{x})=A\bar{x}$, where $\bar{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^2$. Then solve $T:(\bar{x})=\bar{b}$ for $\bar{x}$. 5

দিয়া আছে যে $A=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 3 & 5\\ -1 & 7\end{pmatrix}$, $\bar{b}=\begin{pmatrix}3\\ 2\\ -5\end{pmatrix}$.

এটা ৰূপান্তৰণ $T:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^3$

যাতে $T(\bar{x})=A\bar{x}$, য'ত $\bar{x}=\begin{pmatrix}x_1\\ x_2\end{pmatrix}\in\mathbb{R}^2$. তেন্তে

$\bar{x}$ ৰ বাবে $T:(\bar{x})=\bar{b}$ -ৰ সমাধান উলিওৱা।

M.L.C. LIBRARY
G.L. CHOUDHURY COLLEGE

(b) Find the nth roots of unity. Show that they are in geometric progression. 5

একৰ n-তম ঘাতৰ মূলসমূহ নিৰ্ণয় কৰা। দেখুওৱা যে এই মূলবোৰ এটা গুণোত্তৰ প্ৰগতিত থাকে।

(c) Solve the equation $3x^3-26x^2+52x-24=0$, the roots being in geometric progression. 5

$3x^3-26x^2+52x-24=0$ সমীকৰণটোৰ মূলবোৰ গুণোত্তৰ প্ৰগতিত থাকিলে, সমীকৰণটোৰ সমাধান উলিওৱা।

(d) Show that

দেখুওৱা যে

(i) $\begin{vmatrix}0 & b & c\\ -c & 0 & a\\ -b & -a & 0\end{vmatrix}=0$ 2

(ii) $sinhx=x+\frac{x^3}{\underline{|3}}+\frac{x^5}{\underline{|5}}+\cdots\cdots$ 3

4. Answer ***either*** [a and b] ***or*** [c and d] :

[a আৰু b] নাইবা [c আৰু d] প্ৰশ্নৰ উত্তৰ কৰাঃ

(a) Show that for all integral values of n, $cosn\theta+isinn\theta$ is a value of $(cos\theta+isinn\theta)^n$. 5

n ৰ সকলো অখণ্ড মানৰ বাবে দেখুওৱা যে $(cos\theta+isinn\theta)^n$ ৰ এটা মান $cosn\theta+isinn\theta$ ।

M.L.C. L[illegible]BRARY
G.L. CHOUDH[illegible]URY COLLEGE

(b) Using De Moivre's theorem solve: 5

De Moivre ৰ সূত্ৰ ব্যৱহাৰ কৰি সমাধান কৰা:

$$x^6+x^5+x^4+x^3+x^2+x+1=0$$

(c) If (যদি) $a+b+c=0$, solve (সমাধান কৰা): 6

$$\begin{vmatrix}a-x & c & b\\ c & b-x & a\\ b & a & c-x\end{vmatrix}=0$$

(d) Show that (দেখুওৱা যে) 4

$$(1+i)^n+(1-i)^n=2^{\frac{n}{2}+1}cos\frac{n\pi}{4}$$

5. Answer ***either*** [a and b] ***or*** [c and d] :

উত্তৰ দিয়া [a আৰু b] নাইবা [c আৰু d]ঃ

(a) Explain Cramer's rule to find the solution of the following system of equations: 6

তলৰ সমাকৰণ প্ৰণালীটো সমাধান কৰিব পৰাকৈ Cramer ৰ নিয়মটো ব্যাখ্যা কৰা:

$$a_1x+b_1y+c_1z+d_1=0$$
$$a_2x+b_2y+c_2z+d_2=0$$
$$a_3x+b_3y+c_3z+d_3=0$$